

(Bei allen vier Ansichtstypen von oben liegt U hinter der XYZ-Ebene, bei denen von unten liegt U vor der XYZ-Ebene.) Beim Ansichtstyp (u, v, l) in Abb.2 liegt U vor der XYZ-Ebene. Daher kann mit Hilfe der Projektionsstrahlbilder p_s^n und p_n^s eindeutig der Seitenriß der XYZ-Ebene, des Ursprungs U, der xy-Ebene, des z-Pfeils und des Projektionsstrahls p_{-1} gezeichnet werden. p_{-1}^s , p_n^s und z^s -Pfeil haben Hauptlage, die xy-Ebene ist s-projizierend und normal zum z^s -Pfeil.

Projiziert nun p_{-1} den Strahl p_n auf die (Unterseite der) xy-Ebene, dann ergibt sich p_n^{-1} (im Seitenriß $(p_n^{-1})^s$). Projiziert analog p_n den Strahl p_{-1} auf die XYZ-Ebene, so ergibt sich p_{-1}^n (im Seitenriß $(p_{-1}^n)^s$). Wird nun die xy-Ebene derart in Hauptlage zur XYZ-Ebene gedreht, daß sie dieselbe Seite wie im axonometrischen Riß zeigt, (gleichwertig mit Drehung um den kleineren Winkel; vgl.[1]) dann ergibt sich das mitgedrehte Strahlbild p_n^{-1} (in Abb.3 mit Drehindex \circ) zum Strahlbild p_{-1}^n parallel, ihm entgegen orientiert, und die Indizes sind oben-unten-vertauscht. Analog gilt für die übrigen Einschneiderisse von p_n : p_n^n zeigt p_2^n entgegen, p_n^{-n} zeigt p_{-3}^n entgegen.

Allgemein: p_i^n wird aus dem Ansichtstyp ermittelt, und p_n^i ist p_i^n entgegen orientiert. Die Linienrichtung beim Einschneiden entspricht jeweils genau dem Einschneideriß p_n^i des axonometrischen Projektionsstrahls p_n .

Abb.2 zeigt außerdem, daß p_n^{-1} beispielsweise auch die Sichtbarkeitsverhältnisse vorn-hinten und rechts-links für das axonometrische Bild erklärt (bzw. bestätigt), bevor dieses gezeichnet ist.

[1] G.KOPP, Einschneideverfahren bei Untersicht in Normaler Axonometrie, IBDG 2/1987, S.20.

[2] H.BRAUNER, Zur Methodik der Darstellenden Geometrie II. Der Anfangsunterricht. IBDG 2/1985, S 17 - 19.

EINE GEOMETRIE ZUM ANGREIFEN

Von

Dieter GRILLMAYER, Steyr

Aktueller Anlaß für diesen Beitrag ist die in Heft 1/1988 der IBDG erschienene Buchbesprechung des von HR Dr. Laub und mir stammenden Lehrbuchs, die eine Stellungnahme notwendig erscheinen läßt. Es kann aber auch ein Zusammenhang mit dem in Begutachtung stehenden Entwurf eines neuen Lehrplanes*) gesehen werden, der unter der Kollegenschaft viel Beunruhigung ausgelöst hat.

Schon im Vorwort zur 1.Auflage von DG 7 haben die Autoren darauf hingewiesen, daß das neue Lehrbuch bewußt als Nachfolgewerk des Buches von BARCHANEK-LUDWIG-LAUB konzipiert worden ist. Besonders die bewährte Aufgabensammlung sollte im Interesse der damit arbeitenden Kollegenschaft weitgehend erhalten bleiben. Darauf war auch im Textteil Rücksicht zu nehmen, ebenso auf den geltenden Lehrplan (z.B. auf: "Es empfiehlt sich, im Anfangsunterricht eine feste Rißachse zu verwenden"). Was die Bezeichnungen und fachdidaktischen Fragen betrifft, so wurde dem Diskussionsstand Ende der siebziger Jahre (Entstehen des Manuskripts) weitgehend Rechnung getragen.

Nach dem Erscheinen der 1. Auflage kamen aus der Kollegenschaft im wesentlichen nur zwei Verbesserungsvorschläge: erstens der Wunsch nach einer Änderung des Koordinatensystems, und zweitens der Wunsch nach einem Lösungsheft. Bei der 2.Auflage 1987 konnte der 1. Wunsch berücksichtigt werden. Das Lehrerbegleitheft kann ein komplettes Lösungsheft natürlich nur teilweise ersetzen, doch ist letzteres wegen der großen Aufgabensammlung bzw. der Lehrplanunsicherheit derzeit nicht "machbar".

Darüber hinaus wurden im Einleitungskapitel der 2. Auflage auch die Diskussionen der achtziger Jahre berücksichtigt und einige Anregungen aus den Fortbildungsveranstaltungen der letzten Jahre dankbar aufgegriffen. Dies konnte aber nur zusätzlich geschehen und nicht zu Lasten von approbierten Inhalten der 1. Auflage. Daraus ergibt sich das Nebeneinander verschiedener Bezeichnungen, Betrachtungsweisen und Konstruktionsverfahren ganz zwangsläufig.

Der gesetzlich verankerten Methodenfreiheit wird in DG 7 ein sehr hoher Stellenwert eingeräumt. Wir gehen davon aus, daß es viele Wege gibt, in die Darstellende Geometrie bildungswirksam einzudringen, und daß es jedem Lehrer daher unbenommen sein muß, die nach seinen Erfahrungen bestmöglichen Methoden zu verwenden. Wenn es ein Gradmesser für guten Unterricht ist, wie viele Schüler man zu einem Studium der DG motivieren kann, dann hatte ich mit der Kotierten Projektion als Einstieg in die Darstellende Geometrie meine größten Erfolge; meine ehemaligen Schüler unter den Lesern dieses Aufsatzes werden sich wohl noch daran erinnern.

*) Der zitierte Lehrplanentwurf ist ebenfalls in diesem Heft abgedruckt.

Daher betrübt es mich auch, daß im Entwurf des neuen Lehrplanes Passagen enthalten sind, die auf eine Einschränkung der Methodenfreiheit abzielen. Dabei wäre es angesichts der zu erwartenden Einschränkung des Stundenausmaßes notwendiger denn je, "daß dem Lehrer die ganze Bandbreite didaktisch methodischer Möglichkeiten nach dem aktuellen Stand lernbiologischer Erkenntnisse nutzbar gemacht wird" (Primetzhofer).

Ausgangspunkt aller weiteren Überlegungen ist, daß die DG an der AHS in erster Linie einen für jeden AHS-Schüler nützlichen Beitrag zur Allgemeinbildung leisten soll und erst in zweiter Linie eine Starthilfe für technische Studien abgibt. So gehören Raumverständnis und sprachlich (nicht nur fachsprachlich) richtige Beschreibung, Sorgfalt und Ausdauer, Problemlösungskompetenz und die Freude am selbständigen Arbeiten zu den wichtigsten Erträgen eines guten DG-Unterrichts.

Ärzte werten Röntgenaufnahmen aus, Rechtsanwälte haben es mit Plänen aller Art zu tun, Geographen erklären den Wechsel der Jahreszeiten, Bildnerische Erzieher verdeutlichen den geometrischen Hintergrund eines Kreuz- oder Kappengewölbes, ... Diese Aufzählung soll exemplarisch zeigen, wie weit die DG an der AHS auch in ihrem fachspezifischen Bildungswert über den Bereich des zukünftigen Technikers hinausgeht.

Wie für alle exakten Wissenschaften ist Sprache auch in der DG in erster Linie ein Mittel zum Verständlichmachen von Sachverhalten und nicht Selbstzweck. Es gibt sicher Kolleginnen und Kollegen, die mit einem Minimum an wissenschaftlicher Strenge bei Begriffen und Formulierungen in ihrem Unterricht sehr gute Ergebnisse hinsichtlich Verständnis und konstruktivem Können erzielen. Ja, oft ist eine zu genaue und damit umfangreiche Beschreibung von Sachverhalten (mit Berücksichtigung aller Ausnahmen) für das Verständnis des Wesentlichen sogar hinderlich.

Andererseits verlangt eine Erziehung zu wissenschaftlichem Arbeiten nach exakten Begriffsbildungen und genauen Definitionen. Dem Schüler muß also z.B. der Unterschied zwischen Linie, Gerade, Strecke und Streckenlänge bewußt sein, auch und vor allem im Sinne des allgemeinbildenden Aspekts der DG. Wir haben daher in unserem Buch bei diesen klar zuordenbaren Begriffen, wie auch etwa bei der Unterscheidung von Raumsituation und Bild, von Projektionsvorgang und Ergebnis, um nur einige Beispiele zu nennen, auf größtmögliche Exaktheit geachtet. Sogar der traditionsbeladene Begriff "Achsen" für die Strecken AB und CD bei der Ellipse ist in der 2.Auflage nach dem Vorbild von Prof. Brauners Lehrbuch auf "Achsenstrecken" abgeändert worden.

Wir haben hingegen solche "tradierten" Fachausdrücke weitgehend beibehalten, bei denen die bisherigen Exaktifizierungsversuche nicht befriedigen, sei es wegen des Verlustes an Anschaulichkeit, sei es wegen einer zu aufwendigen Ausdrucksweise. Ein typisches Beispiel dafür ist die "wahre Größe einer Figur". Natürlich ist uns die Assoziation von "Größe" mit "Maßzahl" bewußt. Aber attributlose "Abmessungen" erscheinen uns angesichts der großen Bedeutung des Sachverhalts doch zu wenig griffig, während "unverzerrt" oder "wahre Gestalt" eigentlich nur eine Ähnlichkeit signalisieren. Bliebe noch "wahre Gestalt und Größe", eine bei einem so häufig vorkommenden Tatbestand doch recht umständliche Sprechweise.

Wir halten es auch nicht für notwendig, die Fachsprache absolut zu vereinheitlichen. Daher sind bei vielen Begriffen mehrere Fachausdrücke angegeben, z.B. "Kontur" und "wahrer Umriss". Auf den Begriff "Umriss" für das, was sich auf dem Objekt befindet, sollte man schon deshalb nicht gänzlich verzichten, weil genau das (und nicht irgendeine Projektion) auch im normalen Sprachgebrauch als Umriss bezeichnet wird.

Manchmal stellt sich auch die Frage, ob für einen bestimmten Sachverhalt überhaupt ein neuer Fachausdruck eingeführt werden muß. Könnte man nicht bei der Abbildung der Punkte einer Ebene auf eine andere durch Parallel- bzw. Zentralprojektion auf eine über diese Beschreibung hinausgehende Benennung überhaupt verzichten? Auch damit würde der Forderung Rechnung getragen, nur bei den Abbildungen in e i n e r Ebene die Begriffe "perspektive Affinität" und "perspektive Kollineation" zu verwenden.

Hinsichtlich der Kritik am Beweis des Satzes vom rechten Winkel meine ich, daß gerade dies ein Beispiel für die möglichst einfache, sicher nicht falsche, anschauliche und für das Verständnis ausreichende Erklärung eines geometrischen Sachverhalts ist. Die Abstraktion auf Bild- bzw. Standebenen allgemeiner Lage dürfte zu diesem Zeitpunkt den Schülern schon gelingen. Die Umkehrung des Satzes wird in der Schule nicht benötigt.

Anders verhält es sich hingegen mit dem als Kuriosum zitierten Satz. Hier hat zugunsten der Präzision wohl die Verständlichkeit zu sehr gelitten; ich nehme den Hinweis dankbar zur Kenntnis und werde um eine Änderung bemüht sein.

Ich bekenne, daß ich ein Anhänger einer "begreifbaren" Geometrie, einer "Geometrie zum Angreifen" bin. Die Gegenständlichkeit von Bildebenen, Projektionstrapezen, Stützdreiecken usw. und die

Anschaulichkeit des Umklappens oder des Drehens um eine Spur haben nicht nur didaktische Vorzüge, etwa bei der Verwendung der Schultafel, des Zeichendreiecks, des Zirkels usw., zur Demonstration der Raumsituation, sondern ich sehe darin auch die geeignete Entsprechung zum speziellen Bildungsauftrag der AHS. Es geht ja in erster Linie nicht darum, mit möglichst wenigen Linien schöne Bilder zu zeichnen oder technische Probleme zu lösen, sondern es geht vorrangig um die Orientierung im Raum sowie um das Verstehen jener räumlichen Vorgänge, die dem Abbildungsprinzip und den Konstruktionsmethoden zugrunde liegen.

Mir scheint der Zeitgewinn durch Verzicht auf eine "begreifbare" Einführung der wichtigen Konstruktionsverfahren zu teuer erkaufte, wenn das grundlegende Verständnis darunter leidet. Außerdem entspricht es meiner persönlichen Erfahrung, daß Schüler, die den "begreifbaren" Einstieg mit Erfolg vollzogen habe, sicherer und schneller als andere im Lehrgang fortschreiten, einem Lehrgang, der sich natürlich schrittweise von festen Bildebenen, Rißachsen und Spurelementen lösen soll. Deswegen muß es aber doch erlaubt sein, auch im fortgeschrittenen Stadium zeitweilig wieder eine Bildebene als Stand- oder Tangentialebene zu verwenden und dabei mit Spuren zu arbeiten.

Auch ich schätze das Drehen um eine Hauptgerade (Stechzirkelkonstruktion) als eine elegante, platz- und liniensparende Methode, aber es ist für mich unbefriedigend, wenn ein Schüler diese Methode nur rezeptmäßig beherrscht. Außerdem erscheint es mir erstrebenswerter, daß ein Schüler aus gegebenem Grund- und Aufriß einer Geraden deren räumliche Lage an der Tafel (π_2) demonstrieren kann, als daß er über die Fertigkeit verfügt, den Abstand windschiefer Geraden mit Hilfe zweier Seitenrisse zu ermitteln.

Bei der in IBDG 1/1988 erschienene Buchbesprechung wurde auch die (zu) späte Einführung von Seitenrissen kritisiert. Diese späte Einführung erfolgt weniger aus didaktischen Überlegungen als aus Gründen der Systematik, wie sie schon dem Inhaltsverzeichnis zu entnehmen ist. Dieser Systematik ist eine zugegebenermaßen enge Auslegung des geltenden Lehrplanes Pate gestanden, bei dem die direkten Methoden vor den Seitenrissen genannt werden ("Es ist zu zeigen, daß jede Aufgabe der Darstellenden Geometrie sich durch Kombination einer geringen Anzahl elementarer Grundaufgaben bewältigen läßt und daß zweckentsprechende Seitenrisse entscheidende Vereinfachungen der Ausgangssituation herbeiführen"). Wir haben aber schon seinerzeit bei der Vorstellung der 1. Auflage darauf hingewiesen, daß sich keine Schwierigkeiten ergeben, wenn die Seitenrisse bereits nach dem Kapitel über projizierende Ebenen eingeführt werden. Das Arbeiten mit Seitenrissen ohne Verwendung von Rißachsen ist sicherlich eine interessante Variante, übersteigt aber wohl das Vorstellungsvermögen des Anfängers so sehr, daß wir hier bei der bewährten Methode bleiben wollen.

Bei der Beispielsammlung gehen wir davon aus, daß die Übungsaufgaben vornehmlich dem Einüben der im Unterricht erklärten Konstruktionsverfahren und dem selbständigen Auseinandersetzen mit geometrischen Problemen und Lösungsstrategien dienen, wobei die Palette von "recht einfach" bis "sehr anspruchsvoll" reichen sollte - mit einem breiten Angebot in der Mitte. Beispiele, "die ihre Berechtigung nur aus der Schultradition herleiten können", sind in diesem Sinne sicherlich ebenso brauchbar wie neuentdeckte Aufgabenstellungen.

Ich stimme mit dem Rezensenten in der Meinung überein, daß es wünschenswert wäre, sich mit der Abbildungsgeometrie ausführlicher, insbesondere auch mit rechnerischen Methoden, auseinanderzusetzen. Dies müßte allerdings im Mathematik-Unterricht geschehen; in den wenigen DG-Stunden ist dafür sicherlich keine Zeit, und daher kann auch ein DG-Buch dem Thema nicht so viel Platz einräumen, wie notwendig wäre, um es umfassend abzuhandeln. Die in DG 7 gewählte Form ist ein Versuch, Felix Kleins "Erlanger Programm" wenigstens andeutungsweise vorzustellen und damit den folgenden Passus des geltenden Lehrplanes zu erfüllen: "Besonderer Wert ist auf das Herausarbeiten von Zusammenhängen zu legen: metrische, affine, projektive, eventuell topologische Eigenschaften einer Figur, Abbildungsprinzip; ...".

In Ansätzen wurde im Kapitel "Abbildungsgeometrie" auch eine frühere Arbeit von mir ("Affine Abbildungen", veröffentlicht in der "Blauen Reihe" der Johannes-Kepler-Universität Linz, Heft 8, April 1977) verwendet, in der das genannte Thema auf über 30 Seiten analytisch abgehandelt wird. Der vom Rezensenten geäußerte Verdacht, die Autoren wären sich der angegebenen Zusammenhänge vielleicht zu wenig bewußt, ist daher unbegründet.

Soweit wir beurteilen können, ist das Buch von der Kollegenschaft sehr wohlwollend aufgenommen worden. Ein Beispiel einer Stellungnahme mag für weitere stehen, die dem Verlag seit dem Erscheinen der 2. Auflage zugehen: "Die Bücher sind sehr gut aufgebaut und finden einen brauchbaren Mittelweg zwischen hergebrachter und zeitbedingt hochgezüchteter Geometrie ... Die Auswahl der Beispiele ist gut und bietet eine breite Palette von leicht bis anspruchsvoll."

Diese Aussage deckt sich vollinhaltlich mit den Intentionen der Autoren. Ich glaube daher, daß die "vermittelnde Haltung" zwischen Tradition und Moderne, welche der Rezensent vermißt, in unserem Buch sehr wohl ihren Niederschlag findet, und wir werden uns bemühen, daß es so bleibt.